Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН
для учащихся инженерных классов (11 класс) города Москвы

Консультация «Решение задач по теоретической части предпрофессионального экзамена» (Физика)

Авторы: ***Буркова Е.Г.***, *старший преподаватель кафедры «Основы физики» СУНЦ МГТУ им. Н.Э. Баумана;*
Леонов В.В., *к.т.н., доцент кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана*

Москва – 2019

Регламент и структура теоретической части ППЭ

Время выполнения: **90 минут**
(с двумя автоматическими паузами по **5 минут**)

Часть 1:
Текст по естествознанию и
3 задания;

Часть 2
12 заданий на выбор, из них
8 заданий обязательных.

Система оценивания

Максимальный балл за работу - 20

Часть 1 (максимальный балл 4):
задание 1 – 2 балла, 1 балл (если не совпадает один символ)
задание 2 – 1 балл,
задание 3 – 1 балл.

Часть 2 (максимальный балл 16):
за каждое задание - 2 балла

Часть 1

Исследование зависимости полезной мощности тока от внешнего сопротивления

Если замкнуть источник постоянного тока с известной электродвижущей силой (ЭДС) – E и внутренним сопротивлением r на внешнее сопротивление R, то по цепи пойдёт ток I. Согласно закону Ома для замкнутой цепи, величина этого тока равна

$$I = \frac{E}{R + r} \qquad (1)$$

Количество тепла, выделяющегося в нагрузке за промежуток времени t, определяется законом Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 Rt. \qquad (2)$$

Соответственно, мощность, выделяемая на нагрузке, будет равна

$$P = I^2 R, \qquad (3)$$

а мощность, выделяемая внутри источника, равна $P_r = I^2 r$. Таким образом, *полная мощность* источника равна

$$P_1 = I^2 (R+r) = E \cdot I. \qquad (4)$$

Потребитель может использовать лишь мощность, выделяющуюся на нагрузке, её называют *полезной мощностью*. Если падение напряжения на нагрузке U, то

Часть 1

$$P = IU \tag{5}$$

Учитывая выражение (1), полезную мощность можно записать в виде

$$P = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}. \tag{6}$$

Проанализируем характер последней зависимости, учитывая постоянство величин E и r. Если $R = 0$, то $P = 0$. При этом ток в цепи достигает максимального значения, называемого *током короткого замыкания* $I_{к.з.} = E/r$. При увеличении нагрузочного сопротивления полезная мощность растёт и при некотором $R = R_0$ достигает максимального значения P_{max}. Определим величину R_0. Для этого исследуем на экстремум функцию (6). Приравняем

нулю первую производную от P по R

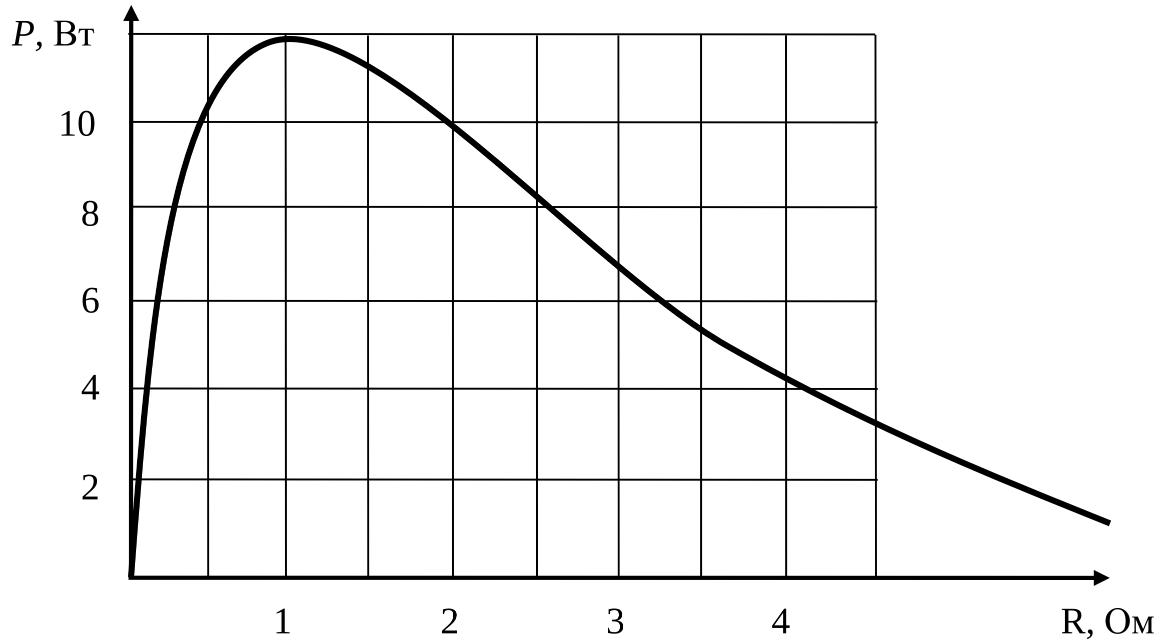
$$\frac{(R+r)^2 - 2(R+r)R}{(R+r)^4} = 0,$$

откуда $R = R_0 = r$. Таким образом, при равенстве внешнего и внутреннего сопротивлений полезная мощность максимальна и равна

$$P_{max} = \frac{E^2}{4r}. \tag{7}$$

На рисунке показана зависимость полезной мощности P от сопротивления нагрузки R для некоторой электрической цепи.

Часть 1



С дальнейшим ростом R ($R\to\infty$) полезная мощность стремится к нулю. Коэффициент полезного действия (КПД) источника тока η есть отношение полезной мощности ко всей мощности, выделяемой в цепи

$$\eta = \frac{P}{P_1} = \frac{U}{E} = \frac{R}{R+r}\,. \tag{8}$$

При токе короткого замыкания КПД равен нулю и приближается к единице при $R\to\infty$. Последний случай, казалось бы, очень выигрышный, на практике мало пригоден по той причине, что величина полезной мощности при этом, согласно (6), стремится к нулю. Поэтому в реальных цепях η существенно меньше единицы.

Часть 1

1 Установите соответствие между понятиями и их определениями. Для каждого элемента первого столбца укажите один элемент второго столбца.

А) Полезная мощность	1) тепло, выделяющееся на сопротивлении за промежуток времени
Б) Ток короткого замыкания	2) сопротивление нагрузки равно нулю
В) КПД источника тока	3) выделяется на нагрузке
	4) мощность, выделяемая внутри источника
	5) отношение полезной мощности ко всей мощности, выделяемой в цепи
	6) замыкание нагрузки накоротко

2 Чему равно отношение внешнего сопротивления к внутреннему при максимальной внешней мощности? Укажите номер верного ответа.

1) 3
2) 2
3) 1
4) ½

Часть 1

3	Найти ЭДС источника по зависимости мощности от сопротивления, приведенной на рисунке.

Часть 2. Задача 5

Рука пространственного робота-манипулятора может совершать манёвры трех типов. Так манёвром первого типа рука робота перемещает объект из точки $A(1;1;1)$в точку $B(-1;2;3)$, из точки B манёвром второго типа перемещает объект в точку $C(-2;4;4)$, а манёвром третьего типа из точки C в точку $D(-1;2;0)$. Найдите модуль перемещения объекта, произведенного рукой робота, последовательно совершившего два манёвра первого типа, манёвр третьего типа и манёвр, противоположный манёвру второго типа.

Задача 5МФ. Решение

Зададим радиус-векторы точек (O начало координат):

$$\overrightarrow{OA} = \left(\overrightarrow{1; 1; 1}\right),$$

$$\overrightarrow{OB} = \left(\overrightarrow{-1; 2; 3}\right),$$

$$\overrightarrow{OC} = \left(\overrightarrow{-2; 4; 4}\right),$$

$$\overrightarrow{OD} = \left(\overrightarrow{-1; 2; 0}\right).$$

Тогда маневры задаются векторами: $\vec{S}_1 = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \left(\overrightarrow{-2; 1; 2}\right)$,

$$\vec{S}_2 = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \left(\overrightarrow{-1; 2; 1}\right),$$

$$\vec{S}_3 = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = \left(\overrightarrow{1; -2; -4}\right).$$

Перемещение объекта $\vec{S} = 2\vec{S}_1 - \vec{S}_2 + \vec{S}_3 = \left(\overrightarrow{-2; -2; -1}\right)$.

Отсюда модуль перемещения $S = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$.

Ответ: 3.

Часть 2. Задача 6

При изучении характера движения тел на экспериментальной установке студент получил зависимости координаты от времени для двух частиц, движущихся вдоль оси Ох в заданной системе отсчета, и записал их в таблицу:

	Закон изменения координаты (величины приведены в единицах СИ)
Первая частица	$x_1 = \log_2(-2t + 6)$
Вторая частица	$x_2 = 2^{6-5t}$

В какой момент времени можно прогнозировать встречу частиц в данной системе отсчета?

Ответ: ___________________________ с

Задача 6. Решение

Очевидно $x_1(t)$ монотонно убывает, причем

$$\lim_{t\to 3} x_1(t) = -\infty$$

$x_2(t)$ монотонно убывает, причем

$$\lim_{t\to +\infty} x_2(t) = 0$$

Далее

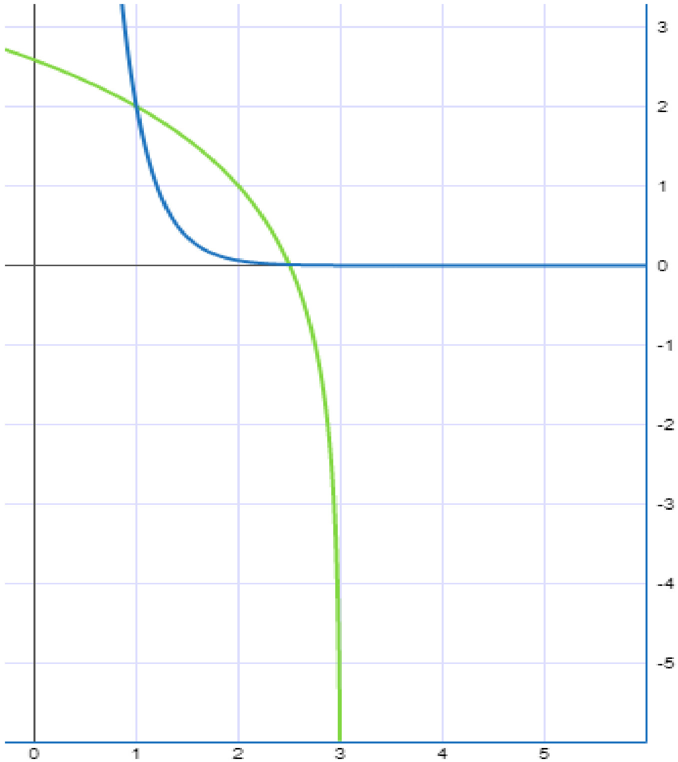
$$x_1(0) \cong 2{,}59,$$
$$x_2(0) \cong 64,$$

следовательно,

$$x_2(0) > x_2(0).$$

Ход графиков представлен на рисунке:

Задача 6. Решение



Подбором находим значение времени столкновения t=1. Однако данное решение будет единственным решением уравнения

$$\log_2(-2t+6) = 2^{6-5t},$$

только если в нем графики касаются друг друга. Сравнение производных показывает, что это не так. Действительно

Задача 6. Решение

$$x_1'(t) = -\frac{1}{(3-t)\ln 2}.$$

Тогда

$$x_1'(1) = -\frac{1}{2\ln 2} \cong -0{,}72.$$

В свою очередь

$$x_2'(t) = -5 \cdot 2^{6-5\mathrm{t}} \ln 2.$$

Тогда

$$x_2'(1) = -10\ln 2 \cong -6{,}93.$$

Как видим

$$|x_2'(1)| > |x_1'(1)|.$$

Задача 6. Решение

тогда, в точке $t = 1$ $x_2(t)$ убывает все еще круче, чем $x_1(t)$. Это значит, что при $t = 1$ произойдет именно первое столкновение частиц, то есть у уравнения встречи существует и второе решение, соответствующее моменту $t_2 > t$. Но именно первое решение стоит прогнозировать как момент встречи частиц, потому что после столкновения их траектории могут измениться непредсказуемо.

Ответ: 1.

Часть 2. Задача 8

Метеорологическая ракета, запущенная вертикально, достигла максимальной высоты 10 км. Во время работы двигателей ускорение ракеты 40 м/с2. Сколько времени ракета находилась в состоянии невесомости на этапе подъёма? Принять ускорение свободного падения равным 10 м/с2. Ответ выразите в секундах в виде целого числа.

Задача 8Ф. Решение

Решение

Максимальная высота подъема ракеты

$$h = \frac{v^2}{2a} + \frac{v^2}{2g}.$$

Отсюда скорость в момент начала свободного полета

$$v = \sqrt{\frac{2agh}{a+g}} = 400\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

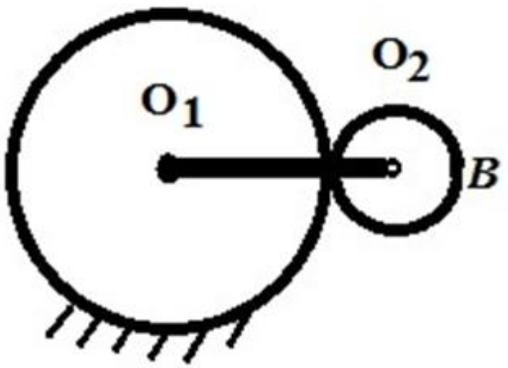
Стало быть, время свободного полета

$$\tau = \frac{v}{g} = 40\ \text{с}.$$

Ответ: 40 с.

Часть 2. Задача 11

У простой планетарной передачи одно колесо радиусом R = 0,25 м закреплено, другое колесо радиусом r = 0,1 м катится без проскальзывания по внешней поверхности первого. Центры колес соединены стержнем (водилом) O_1O_2. Водило вращается с постоянной угловой скоростью ω = 3рад/с. Чему равен модуль скорости точки B подвижного колеса относительно центра неподвижного колеса?



Задача 11. Решение

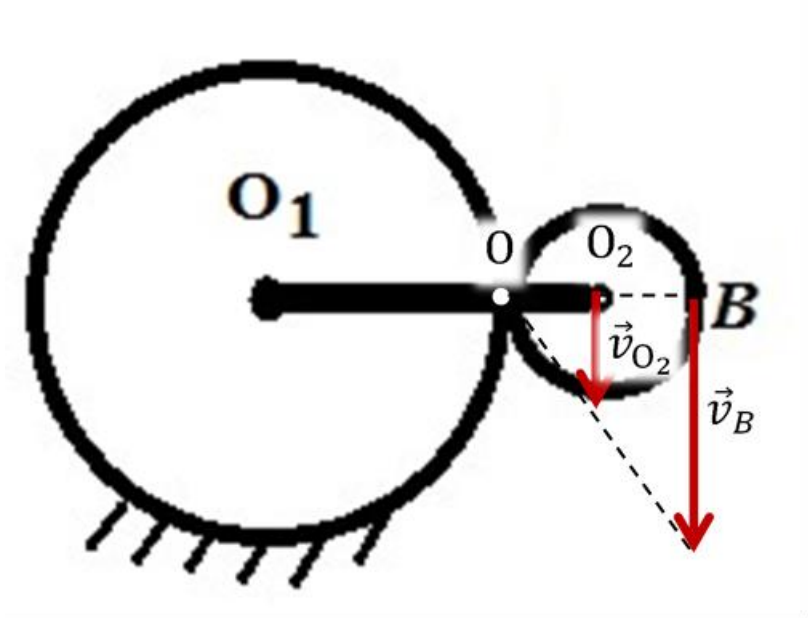
Линейная скорость центра малого колеса

$$v_{O_2} = \omega(R + r).$$

Движение малого колеса можно представить как малый поворот вокруг точки соприкосновения колес в данный момент времени (O). Отсюда искомая скорость

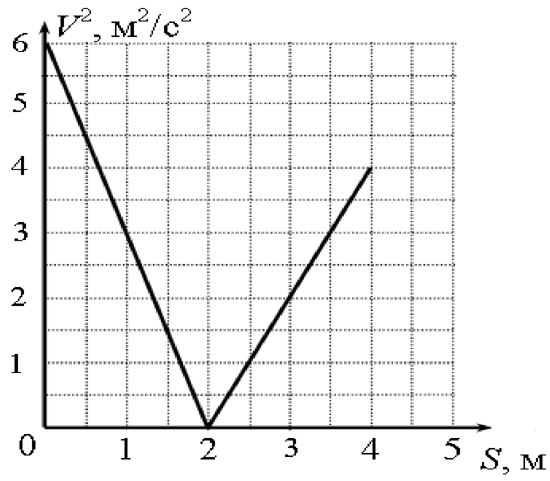
$$v_B = 2v_{O_2} = 2\omega(R + r) = 2{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: 2,1 м/с.



Часть 2. Задача 12

Шайбе массой 100 г сообщили начальную скорость, направленную вверх вдоль наклонной плоскости. По зависимости квадрата скорости от пути (размер клеточек соответствует единицам СИ) найдите равнодействующую силу, действующую на шайбу при ее движении вниз.



Задача 12. Решение

Согласно графику шайба проходит вниз путь приобретая в конце скорость, квадрат которой равен $v^2 = 4\,\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$.

Тогда ее ускорение

$$a = \frac{v^2}{2s} = 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Тогда, равнодействующая сила $F = ma = 0{,}1$ Н.

Ответ: 0,1 Н.

Часть 2. Задача 14

В электрическом чайнике мощностью 1 кВт кипит вода. С какой скоростью из его носика вырывается струя пара, если площадь отверстия носика $S = 5$ см^2, удельная теплота испарения воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг, нормальное атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)?

Задача 14. Решение

Мощность, подводимая для осуществления кипения

$$P = \frac{rm}{t},$$

где

m — масса воды, испаряемая за время t.

В свою очередь

$$m = \rho v t S,$$

где

v — искомая скорость

Плотность водяного пара находим из уравнения Мендеева—Клапейрона:

$$p_0 = \frac{\rho}{\mu} RT,$$

Решая систему, получим

$$v = \frac{PRT}{p_0 \mu r S} \cong 1{,}5 \, \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $\mathbf{1,5} \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Спасибо за внимание!